PROBING Online CMM CLUB

ARTICOLO SELEZIONATO DA PROBING N°8
Notiziario semestrale di tecnica ed informazione dell'Associazione CMM Club Italia

DOVE MISURARE TEMPERATURE PER MISURARE DIMENSIONI

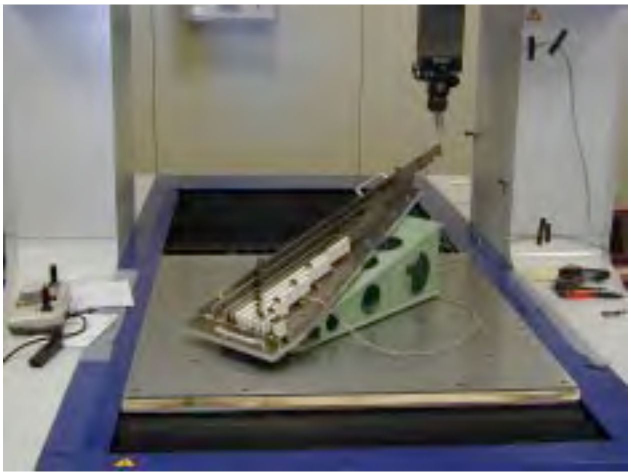
di Alessandro Balsamo

INTRODUZIONE E POSIZIONE DEL PROBLEMA

È nota a tutti l'importanza della temperatura nelle misurazioni dimensionali: non ha senso misurare la dimensione di un oggetto se non si precisa a quale temperatura si riferisce la misura, poiché tutti i materiali si dilatano termicamente. È noto pure che la temperatura di riferimento per le misurazioni dimensionali è fissata, per convenzione internazionale [1], a 20°C. Tuttavia, neanche nel miglior laboratorio al mondo è possibile misurare *esattamente* a 20°C, e *sempre* occorre confrontarsi con l'indesiderato scostamento termico $\tau = t - 20°C$.

Il modo più accurato per farlo è misurare la temperatura ed effettuare una correzione per la dilatazione sia dell'oggetto sia della scala di misura.

Quest'articolo si limita per chiarezza, ma senza perdita di generalità, al caso di un oggetto allungato, la cui dimensione da misurare prevale sulle altre (ad esempio un blocchetto di riscontro lungo o un calibro a passi, entrambi di grande interesse per le CMM). Inoltre, considera l'effetto termico solo sull'oggetto e non sulla scala, essendo entrambi gli effetti della stessa natura fisica, e quindi trattabili nello stesso modo.



Archivio Cermet

Il problema affrontato è il seguente: se si dispone di uno o due termometri, dove è meglio porli sull'oggetto da misurare? Nel caso ideale di perfetta uniformità termica e di materiale, la posizione sarebbe indifferente; ma che accade quando la temperatura non è *uguale* (presenza di gradienti termici), e il materiale non è *uniforme* (ad esempio per trattamenti termici subiti in precedenza) su tutta la lunghezza, cioè *sempre* nei casi pratici?

Per concentrarci su questo, non affronteremo invece il problema, pur rilevante, dell'incertezza della misura di temperatura (taratura del termometro, contatto termico, schermatura da irraggiamento ambientale, differenti tempi di risposta alle variazioni termiche di oggetto e termometro, …).

Poiché la trattazione rigorosa presenta qualche dettaglio matematico che potrebbe disturbare o confondere alcuni lettori, nel seguito l'argomento sarà sviluppato in modo descrittivo, e le necessarie formule di corredo saranno concentrate in appendice; ciò nella speranza che tutti possano seguire agevolmente fino alle conclusioni e ai suggerimenti pratici, senza privare i più curiosi del dettaglio.

COME AFFRONTARE IL PROBLEMA

Cominciamo a domandarci che senso abbia la semplice ed usuale formula:

$$\Delta l = \alpha \tau l \quad (1)$$

(l è la lunghezza, Δl la dilatazione, α il coefficiente di dilatazione termica, $\tau = t - 20°C$ lo scostamento dalla temperatura di riferimento) nei casi reali di disuniformità di materiale e temperatura. Si può dimostrare [A.1] che, in casi pratici in cui le disuniformità non siano intenzionali (cioè quando l'oggetto in misura sia nominalmente di un unico materiale, e sottoposto a gradienti termici modesti), tale formula è valida, a patto di attribuire ad α e τ il significato di valori medi lungo l'oggetto da misurare.

Confortati da ciò, affrontiamo, con approccio intuitivo e grafico, il problema di posizionare un termometro sull'oggetto da misurare.

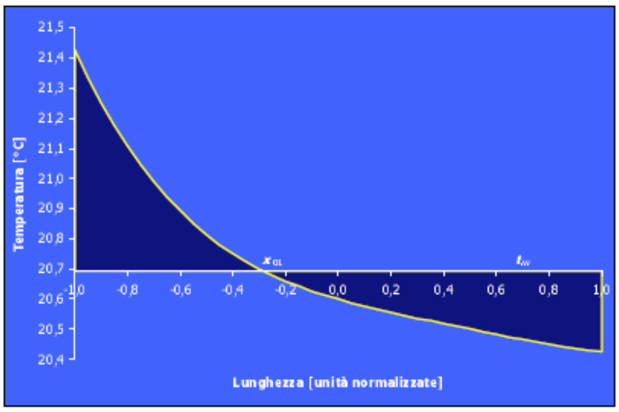


Figura 1: Esempio di profilo di temperatura lungo un oggetto in misura. Per comodità e generalità, l'asse orizzontale lungo l'oggetto non riporta i valori effettivi (espressi ad esempio in millimetri), ma quelli normalizzati (adimensionali), che assumono valore x = ±1 alle estremità, e x = 0 al centro.

In figura 1 è riportato un esempio di profilo di temperatura lungo l'oggetto in misura; si tratta di un caso realistico di temperatura più alta di quella di riferimento, con un gradiente termico prevalente da destra a sinistra, ma non costante lungo l'oggetto. Sappiamo quale temperatura ricercare, quella media; nell'esempio, essa vale t_m = 20,692°C, cioè quel valore per cui l'area soprastante sottesa dalla curva è uguale a quella sottostante (vedi figura 1).

In figura 2 si riporta l'errore che si commette al variare della posizione in cui si pone il termometro, cioè lo scostamento fra la temperatura in quel punto e il valore medio ricercato. In quest'esempio, se il termometro fosse posto nel punto di coordinata x_{01} = –0,279, non si commetterebbe *alcun* errore dovuto alla disuniformità termica, perché in quel punto la temperatura è esattamente pari al valor medio. Purtroppo, la posizione di tale punto dipende dal profilo di temperatura nell'oggetto, e quindi non è nota a priori.

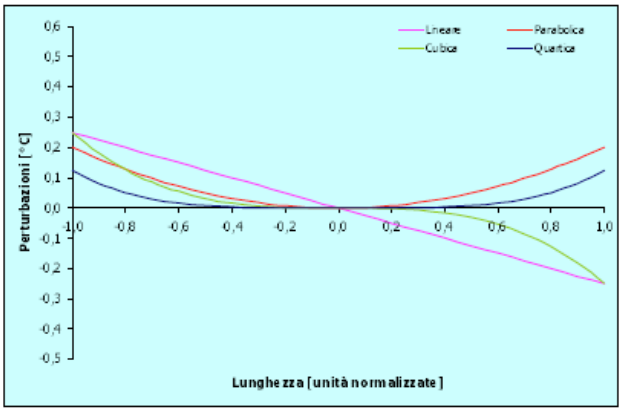


Figura 2: Scostamento fra la temperatura letta da uno o due termometri e il valore medio, in funzione della posizione dei termometri stessi. Nel caso di due termometri, si assume una lettura pari alla media dei due, posti simmetricamente, ad una distanza dal centro pari al valore dell'ascissa.

Estendiamo ora l'analisi a due termometri. Pare ragionevole operare la media delle due letture, e porre i due termometri in posizione simmetrica rispetto al centro. Ancora in figura 2, è riportato l'errore rispetto alla temperatura media così generato al variare della distanza dal centro di ciascuno dei due termometri (il grafico è tracciato solo per distanze positive). Anche qui esiste un valore x_{02} = 0,610 per cui l'errore è nullo, non noto a priori.

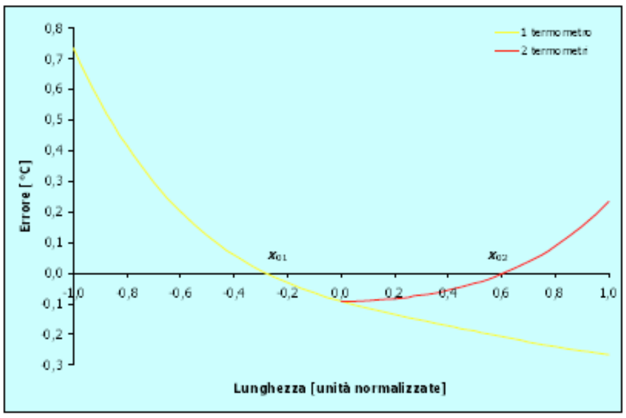


Figura 3: Perturbazioni polinomiali da sovrapporre ad una temperatura uniforme di 20,60°C per ottenere il profilo di fig. 1

Per proseguire l'analisi, ci è comodo immaginare che il profilo di temperatura di figura 1 sia la sovrapposizione di perturbazioni ad una temperatura uniforme. In figura 3 sono riportate le perturbazioni che si sommano ad una temperatura uniforme di 20,60°C (valore di temperatura per x = 0) per ottenere il profilo di figura 1.

Tali perturbazioni sono quattro nell'esempio, di forma polinomiale: lineare (di grado 1), parabolica (di grado 2), cubica (di grado 3), e quartica (di grado 4). Vale la pena notare che, maggiore è il grado, minore è l'effetto, giacché la perturbazione stessa si schiaccia sempre più sullo zero; è dunque ragionevole ritenere che, nei casi reali, siano presenti solo poche perturbazioni di grado basso, poiché quelle di grado superiore sarebbero ininfluenti [A.2].

Questa scomposizione ci è utile per analizzare perturbazione per perturbazione, grado per grado [A.3]:

- Cominciamo dalla temperatura uniforme. È chiaro che la posizione di rilevazione (o le posizioni, nel caso di due termometri) è irrilevante, non si commette alcun errore.
- La perturbazione di grado 1, essendo simmetrica rispetto al punto centrale, è a valor medio nullo, e non dà contributo. Il meglio che si può fare dunque è disporre i termometri in modo che la ignorino. Nel caso di un solo termometro, ciò si ottiene posizionandolo in centro, dove la perturbazione è nulla; nel caso di due, posizionandoli simmetricamente rispetto al centro, dove la perturbazione ha valori opposti e la loro media è nulla.
- Per la perturbazione di grado 2, nulla si può fare nel caso di un solo termometro: essendo posto al centro, esso le è insensibile perché la perturbazione è ivi nulla, mentre non nullo è il suo valor medio. Si commette dunque un errore. È invece possibile agire nel caso di due termometri: si può dimostrare che, posti a $x_0 = \pm 1/\sqrt{3} \approx \pm 0{,}577$, il valore letto è pari al valore medio, e la perturbazione non introduce errori.
- Per tutte le perturbazioni di gradi dispari successivi, vale esattamente quanto detto per il grado 1, in quanto tutte sono simmetriche rispetto al punto centrale. Dunque, con le scelte operate, esse non danno errore.
- Per tutte la perturbazioni di gradi pari successivi, nulla più è possibile fare, in quanto, con le scelte operate, le letture non coincidono con il valor medio, e si commette un errore.

CONCLUSIONI E CONSIGLI PRATICI

Possiamo dunque formulare i seguenti consigli pratici:

1) Se si dispone di un solo termometro, la scelta ottima è posizionarlo sul centro dell'oggetto da misurare: in questo modo, esso è insensibile a tutte le perturbazioni di grado dispari, ed in particolare a quella di grado 1 (termine lineare, cioè gradiente costante), spesso la più ampia.
2) Se si dispone di due termometri, la scelta ottima è posizionarli simmetricamente a distanza mutua pari a $\pm 1/\sqrt{3} \approx \pm 0{,}577 \approx 4/7$ volte la lunghezza da misurare: in questo modo la lettura è insensibile a tutte le perturbazioni di grado dispari e a quella di grado 2; inoltre le rimanenti di grado pari sono fortemente attenuate (91% il grado 4). Nel caso poi che l'oggetto da misurare sia un blocchetto di riscontro pianparallelo lungo, tali punti assumono un significato

particolare: infatti essi coincidono con i *punti d'Airy*, quelli che la norma di riferimento per i blocchetti [2] prescrive per l'appoggio in posizione orizzontale[1]. Essi sono spesso segnati sulle facce laterali, e quindi ben individuabili. Laddove possibile, si può addirittura utilizzare i termometri stessi come appoggi per sostenere il blocchetto, svolgendo così due funzioni contemporaneamente [3].

3) Quando tali scelte ottime sono impedite da ragioni pratiche, le soluzioni sub-ottime di porre un termometro nei pressi del centro, o due simmetricamente nei pressi dei punti d'Airy, sono approssimazioni comunque molto buone.

4) Con tali scelte ottime, il problema delle disuniformità termiche è molto attenuato; nel caso di due termometri nei punti d'Airy, l'errore residuo è trascurabile in quasi tutti i casi pratici.

Concludiamo rilevando che nell'esempio di figura 1, dove la temperatura varia sulla lunghezza di ben 1°C, con le scelte ottime si commetterebbero errori soltanto di -0,092°C e di -0,011°C, rispettivamente con uno o due termometri (figura 2). Se l'oggetto fosse d'acciaio, questi tre valori di temperatura corrisponderebbero ad errori sulla lunghezza rispettivamente di 11 μm/m, 1,0 μm/m, e 0,12 μm/m, a conferma dei vantaggi della scelta.

RIFERIMENTI

[1] EN ISO 1:2002, *Geometrical Product Specifications (GPS) — Standard reference temperature for geometrical product specification and verification*.

[2] UNI EN ISO 3650:2002, *Specifiche geometriche dei prodotti (GPS) -Campioni di lunghezza -Blocchetti pian paralleli*.

[3] A. Balsamo, M. Zangirolami, 1998, *Some practical aspects of long gauge block calibration*, Proc. SPIE Conference on Recent Developments in Optical Gauge Block Metrology, S. Diego, CA, July 1998, J. Decker, N. Brown, Editors, Proc. of SPIE 3477:262-271.

APPENDICE

[A.1]	In presenza di disuniformità lungo l, la formula (1) si generalizza nella: $\Delta l = \int_l \alpha \tau dl$ Se si esprimono ora α e τ come somma del valore medio e dello scostamento da esso, la formula si può riscrivere come: $\Delta l = \bar{\alpha}\bar{\tau} l + \int_l \Delta\alpha\Delta\tau dl \quad \text{dove} \quad \begin{cases} \bar{\alpha} = \int_l \alpha dl;\ \Delta\alpha = \alpha - \bar{\alpha} \\ \bar{\tau} = \int_l \tau dl;\ \Delta\tau = \tau - \bar{\tau} \end{cases}$ da cui: $\Delta l = \bar{\alpha}\bar{\tau} l + e_d \approx \bar{\alpha}\bar{\tau} l \quad \text{dove} \quad e_d = \int_l \Delta\alpha\Delta\tau dl$ e_d è l'errore che si commette utilizzando la (1) con α e τ aventi il significato di $\bar{\tau}$ e $\bar{\alpha}$, ed è legato alle disuniformità termiche e di materiale. Se, ad esempio, una barra con un tratto in acciaio e uno in alluminio, a parità di valor medio $\bar{\tau}$, è più calda nel tratto in alluminio che in quello in acciaio, e_d sarà positivo, e negativo viceversa. Nei casi d'interesse pratico cui ci limitiamo, il valore di e_d è trascurabile, essendo del second'ordine.
[A.2]	Si tratta naturalmente della ben nota espansione in serie di Taylor: $\tau = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ Fissando l'origine dell'asse x nel centro dell'oggetto, si sfrutta la simmetria del problema; normalizzando le ascisse con un fattore di scala $2/l$, si ottengono coefficienti a_i tutti delle dimensioni di temperature, quindi confrontabili fra loro.
[A.3]	Siano $\pm x_0$ le coordinate dei due termometri, e t_1, t_2 le temperature che essi misurano. La temperatura media ricercata $\bar{\tau}$, la sua stima $\tilde{\tau}$, e le loro differenze varranno: $\bar{\tau} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k dx = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{a_{2i}}{2i+1}$ $\tilde{\tau} = \frac{1}{2}(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}\left[\sum_{k=0}^{\infty} a_k(-x_0)^k + \sum_{k=0}^{\infty} a_k x_0^k\right] = \sum_{i=0}^{\infty} a_{2i} x_0^{2i}$ $e = \tilde{\tau} - \bar{\tau} = \sum_{i=1}^{\infty} e_{2i} \quad \text{dove} \quad e_{2i} = a_{2i}\left(x_0^{2i} - \frac{1}{2i+1}\right)$ I termini dispari scompaiono dalle sommatorie per la scelta di collocazione simmetrica dell'origine e dei termometri. L'errore e_2 si annulla per $x_0 = 1/\sqrt{3}$. Al crescere di i, l'errore e_i tende a zero.

La presente trattazione è ripresa da [3], cui si rimanda per maggiori dettagli.

[1] Appoggiandosi sui punti d'Airy, il parallelismo delle facce non subisce alterazioni dovute al peso proprio del blocchetto. Nella citata norma [2], tali punti non vengono però denominati d'Airy, ma semplicemente collocati a distanza dalle estremità di 0,211 volte la lunghezza (UNI EN ISO 3650, 5.4).